SOLUZIONI (chiarimenti in classe)

1. La Fig.1 rappresenta un piano parallelo al suolo, con $m_A = 300\,g$, $m_B = 100\,g$, $m_C = m_D = 200\,g$, $v_A = 2\,m/s$ lungo l'asse delle ascisse e nel suo verso positivo, $v_B = v_C = 0\,m/s$, v_D lungo l'asse delle ordinate e nel suo verso negativo; tra le masse ed il piano (x, y) considera un coeffiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.4$ solo nel 4^o quadrante mentre considera trascurabile l'attrito negli altri tre quadranti. A ha un urto centrale completamente anelastico con B, in seguito il sistema AB ha un urto centrale elastico con C. Quando C è nell'origine degli assi cartesiani ha un urto centrale completamente anelastico con D; il sistema CD dimezza poi la sua energia cinetica iniziale percorrendo il tratto $\overline{OH}$ che è perpendicolare alla barriera MN (inclinata di 30^o rispetto all'asse delle ascisse). Calcola (a) la velocità del sistema AB dopo il primo urto, (b) la velocità di C dopo il secondo urto, (c) le intensità delle componenti v_x e v_y della velocità iniziale del sistema CD, (d) l'energia cinetica del sistema CD subito dopo l'urto, (e) l'intensità di v_D, (f) il lavoro della forza d'attrito nel tratto $\overline{OH}$, (g) la lunghezza del tratto $\overline{OH}$, (h) l'intensità della forza media della barriera MN sul sistema CD se viene fermato in $0.8\,s$.

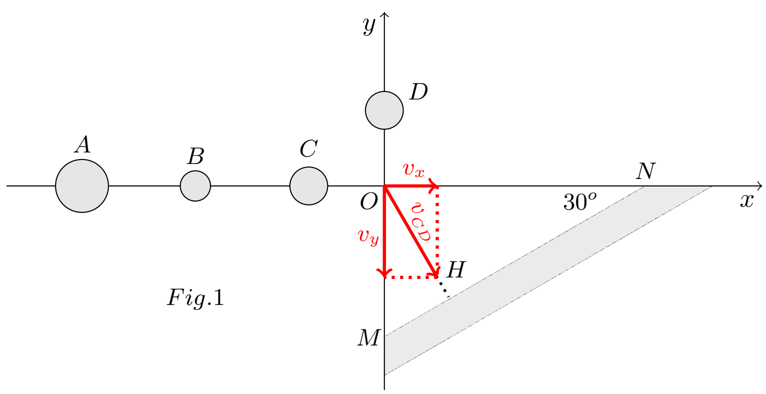


*Fig.*1

(a) $m_A v_A = (m_A + m_B) v_{AB} \implies 0.3 \cdot 2 = 0.4 \cdot v_{AB} \implies v_{AB} = 1.5\,m/s$

(b) $v_C = \dfrac{2\,m_{AB}}{m_{AB} + m_C} v_{AB} \implies v_C = \dfrac{2 \cdot 0.4}{0.6} 1.5 = 2\,m/s$

(c) tenendo conto della conservazione della quantità di moto secondo la direzione x

$x:\ m_C v_C = (m_C + m_D) v_x \implies 0.2 \cdot 2 = 0.4 \cdot v_x \implies v_x = 1\,m/s$

$\sphericalangle(v_x v_{CD}) = 60^o \quad \sphericalangle(v_y v_{CD}) = 30^o \implies v_y = v_x \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}\,m/s$

(d) $v_{CD} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1+3} = 2\,m/s \qquad anche \quad v_{CD} = v_x \cdot 2 = 2\,m/s \implies E_{k,i} = \dfrac{1}{2} m_{CD} v_{CD}^2 = 0.8\,J$

(e) tenendo conto della conservazione della quantità di moto secondo la direzione y

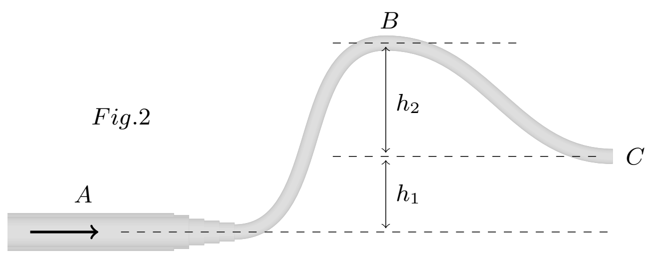
$y:\ m_D v_D = (m_C + m_D) v_y \implies v_D = \dfrac{0,4 \cdot \sqrt{3}}{0.2} = 3.46\,m/s$

(f) $E_{k,i} = 0.8\,J \implies E_{k,H} = \dfrac{E_{k,i}}{2} = 0.4\,J \implies L_a = E_{k,H} - E_{k,i} = -0.4\,J$

$(g)\quad |L_a| = \mu_d\, m_{CD}\, g\, \overline{OH} \implies 0.4 = 0.4 \cdot 0.4 \cdot 9.8 \cdot \overline{OH} \implies \overline{OH} = 0.25\, m$

$(h)\quad E_{k,H} = \frac{1}{2} m_{CD} v_H^2 \implies v_H = \sqrt{\frac{2E_{k,H}}{m_{CD}}} = 1.41\, m/s \implies |F| = \left|\frac{m\,\Delta v}{t}\right| = \frac{0.4 \cdot 1.41}{0.8} = 0.7\, N$

2. Nel condotto d'acqua rappresentato in Fig.2 le sezioni circolari hanno raggi $R_A = 3\,cm$, $R_B = R_C = 1\,cm$, la pressione nella sezione d'uscita $p_C = p_o \approx 10^5\, Pa$ e $h_1 = 2.5\, m$; (a) calcola la velocità v_A e la pressione p_A dell'acqua in A se $v_C = 5\, m/s$, (b) calcola la pressione p_B in B se $h_2 = 3.5\, m$, (c) non tenedo conto dei dei punti (a) e (b), calcola quale dovrebbe essere il minimo valore di h_2 per impedire la fuoriuscita dell'acqua da C.



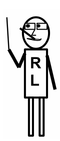
$(a)\quad R_A^2 v_A = R_C^2 v_C \implies v_A = 0.56\, m/s$

$$p_A + \frac{1}{2}\rho\, v_A^2 = p_C + \rho\, g\, h_1 + \frac{1}{2}\rho\, v_C^2 \implies p_A + \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 0.56^2 = 10^5 + 10^3 \cdot 9.8 \cdot 2.5 + \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 5^2 \implies p_A = 1.37 \cdot 10^5\, Pa$$

$(b)\quad p_C = p_B + \rho\, g \cdot 3.5 \implies p_B = 0.66 \cdot 10^5\, Pa$

$(c)\quad p_C = p_B + \rho\, g\, h_2 \quad ponendo\ \ p_B = 0 \implies h_{2,min} = 10.2\, m$

3. *[difficile... lascia perdere]*



[Un carrello con sopra una botte (aperta) piena d'acqua è inizialmente fermo su un piano orizzontale, quando da un foro, prossimo alla base della botte, inizia a fuoriuscire un flusso d'acqua; sapendo che l'altezza della botte è h, che la sezione del foro è S e che il livello dell'acqua dentro la botte viene mantenuto costante, calcola (a) l'impulso che riceve il carrello per ogni litro d'acqua espulso, (b) l'intensità della forza che agisce sul carrello.]

(a) l'acqua esce dal foro con velocità orizzontale di intensità $v_x = \sqrt{2gh}$, 1ℓ d'acqua ha la massa $m = 1\, kg$, la variazione della quantità di moto (impulso I) del carrello è opposta a quella di 1ℓ d'acqua $\implies$

$$|I_{carrello}| = m\,\Delta v_x = \sqrt{2gh}\ \ [N\, s]$$

(b) supponendo, per semplicità, la sezione S circolare, il volume V d'acqua che fuoriesce in un tempo t è pari al volume di un cilindro di base S ed altezza $v_x \cdot t \implies$

$$|I_{carrello}| = |F_{media} \cdot t| = m\, v_x \implies |F_{media}| = \frac{m\, v_x}{t} = \frac{\rho\, V\, v_x}{t} = \frac{\rho\,(S\, v_x\, t)\, v_x}{t} = \rho\, S\, v_x^2 = 2\,\rho\, g\, S\, h\ \ [N]$$