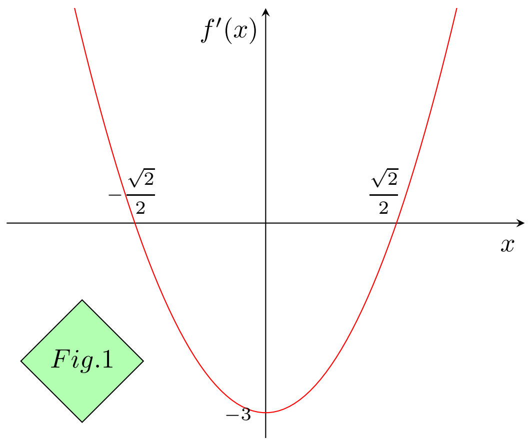
classe 4 — **Eserciziario di Matematica** — classe 4

esercizio bello 1 ... e buono

Determina la funzione cubica $f(x)$ passante per il punto $P\,(1\,;\,0)$ ed avente per derivata prima la parabola rappresentata in $Fig.1$; verifica inoltre che il punto A di ascissa 0 di $f(x)$ è, di essa, centro di simmetria.



La funzione cubica ha equazione $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ e derivata prima $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

il passaggio per P impone $0 = a + b + c + d$

dalla $Fig.1$, $f'(x)$ è pari $\implies b = 0\,,\ x = 0 \implies c = -3\,,\ x = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \implies 0 = \dfrac{3}{2}a + c$

$$\begin{cases} a+b+c+d=0 \\ b=0 \\ c=-3 \\ \dfrac{3}{2}a+c=0 \end{cases} \qquad \implies \qquad a=2\,,\ b=0\,,\ c=-3\,,\ d=1 \qquad \implies \qquad y = 2x^3-3x+1$$

Che $A\,(0\,;\,1)$ è centro di simmetria di $f(x)$ si può verificare traslando la funzione in modo da portare A nell'origine degli assi cartesiani e dimostrando che la funzione risultante $f^\star(x)$ è dispari.

$A \to O \implies y \xrightarrow{\text{sostituendo con}} y+1 \implies f^\star(x) = 2x^3 - 3x$, che è dispari $[\,f^\star(-x) = -f^\star(x)\,]$ $\qquad [Fig.2]$

$$\Downarrow$$

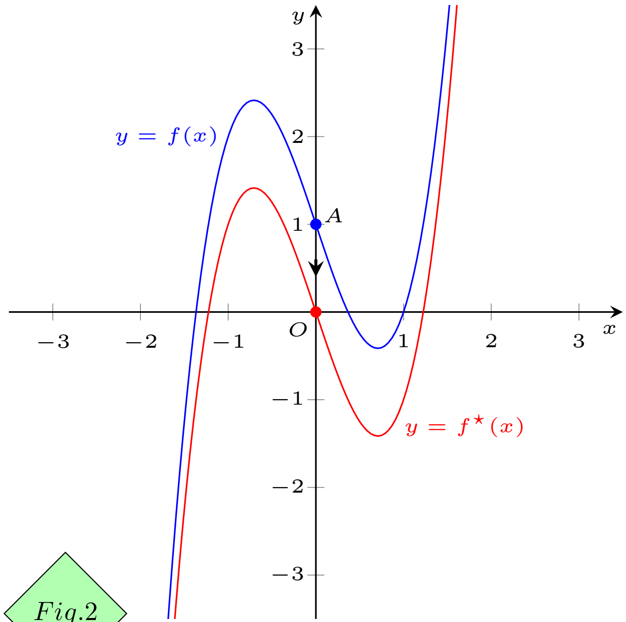


*Fig.*2

In $Fig.3$, deduzione dell'andamento di $f(x)$ da $f'(x)$ (considerazioni in classe)

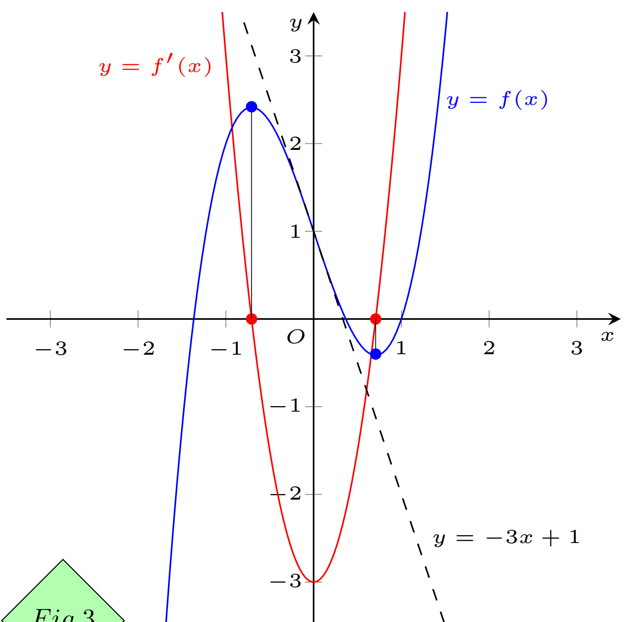


*Fig.*3