

## Problema del sigaro (soft version)

Sei un Executive Production Manager di una prestigiosa azienda di sigari toscani (linea “Antico”) e ti hanno dato l’incarico che sognavi da anni, realizzare il sigaro perfetto, per soddisfare i palati dei più raffinati ed esigenti cultori del prodotto. Dai settori “Ricerca e Sviluppo” e “Reclami e Suggerimenti” ti passano delle preziose informazioni che costituiscono dei dati irrinunciabili per la realizzazione: (a) tagliando il sigaro con piani perpendicolari alla sua lunghezza, le sezioni devono essere dei cerchi con i centri appartenenti ad una stessa retta (asse  $x$  in Fig.1), (b) deve essere lungo  $15.5\text{ cm}$ , asimmetrico rispetto alla sezione centrale e deve presentare una sola sezione con il raggio massimo di  $0.8\text{ cm}$ , (c) deve avere una massa di  $8.4\text{ g}$  ed una densità volumica costante. Decidi quindi di disegnare il profilo del sigaro utilizzando la funzione di seguito riportata e rappresentata in Fig.1 (con  $x$  ed  $f(x)$  in  $\text{cm}$ ):

$$f(x) = \begin{cases} 0.3 \sin^2 \frac{x}{4} + 0.5 & \text{per } x \in [0; 9] \\ a^{x-b} + 0.5 & \text{per } x \in ]9; 15.5] \end{cases}$$

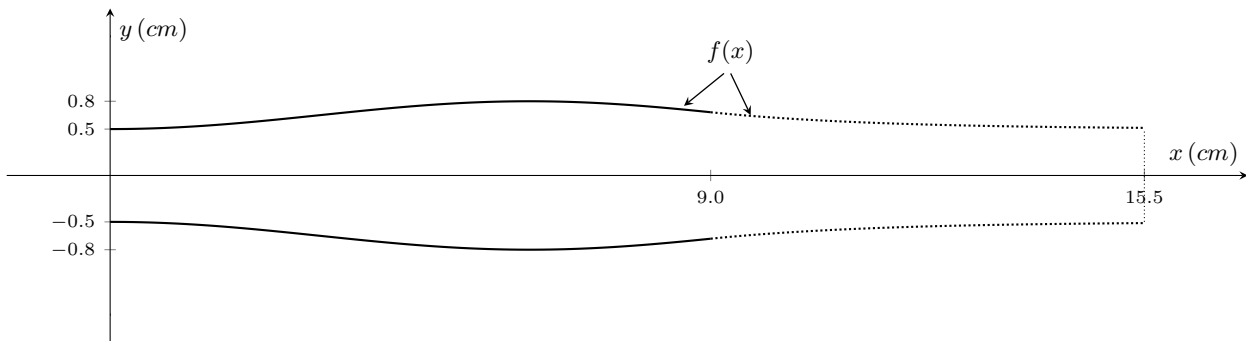


Fig.1

- (a) Dopo aver determinato i parametri  $a$  e  $b$  in modo che  $f(x)$  sia continua e derivabile per  $x \in [0\text{ cm}; 15.5\text{ cm}]$ , calcola i valori di  $x$  dei suoi punti di flesso,
- (b) calcola il raggio medio  $r_m$  del sigaro,
- (c) calcola il volume della parte del sigaro compresa tra  $9\text{ cm}$  e  $15.5\text{ cm}$  ed imposta dettagliatamente il calcolo che bisognerebbe eseguire per determinare la densità  $\rho$  del sigaro in  $\text{g}/\text{cm}^3$ ,
- (d) per poter tagliare (con una ghigliottina) il sigaro in due mezzi-sigari di ugual lunghezza, devi applicare su di esso una fascetta cilindrica di larghezza  $h$ ; determina  $h$  in modo che un bordo della fascetta indichi dove ghigliottinare e l’altro bordo si trovi in corrispondenza di  $x_M$  (ascissa corrispondente al raggio massimo del sigaro),

- (e) per rendere il prodotto più elegante ed esclusivo, decidi di proteggerlo con una custodia a forma di parallelepipedo avente le dimensioni  $2\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} \cdot 16.5\text{ cm}$  (Fig.2 e Fig.3); il materiale della custodia è comprimibile solo nella parte terminale, dove presenta uno strato  $A$  di  $0.5\text{ cm}$  (Fig.2), secondo la legge  $p(x) = 1 - \log_5(5 - x)$ , con  $p(x)$ =pressione in  $10^4 Pa$  ed  $x$ =compressione in  $mm$ . I sigari, con le loro protezioni, vengono inseriti in scatole rigide da 10 pezzi, di dimensioni  $4\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} \cdot 16.3\text{ cm}$  ; determina la forza delle 10 custodie sulle superfici della scatola ad esse perpendicolari. Valuta infine, utilizzando il differenziale  $dp(x)$ , la variazione della forza, sulle stesse superfici, dovuta a un'ulteriore compressione dello strato  $A$  di  $0.05\text{ mm}$ .

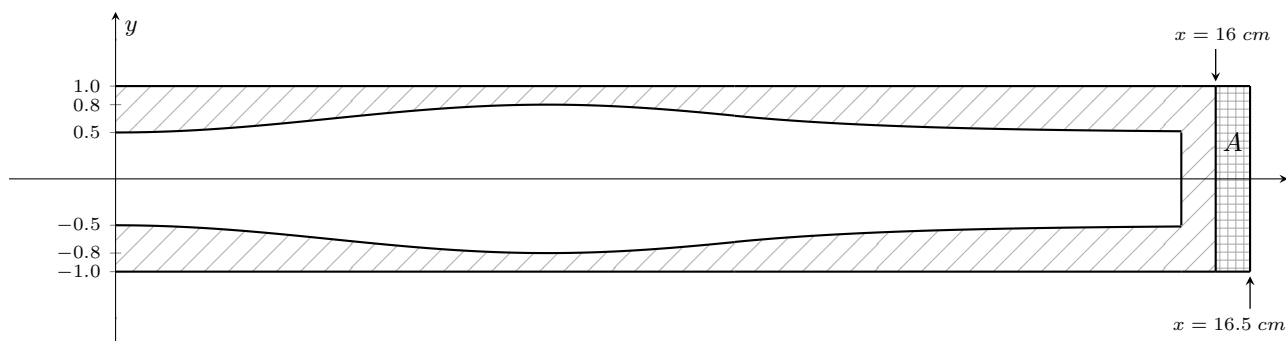


Fig.2

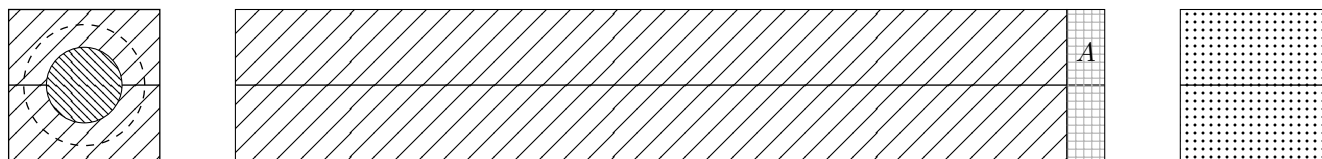


Fig.3