classe 3AL

IISS "L.B. ALBERTI" - Abano Terme (PD) a.s. 2019/2020

verifica scritta di MATEMATICA $\boxed{\textit{tipo A}}$ *(7/4/20)*

classe 3AL

inviare foto elaborato (in bella copia) entro ore 12.00 a prof@carloluviner.it

CORREZIONE

1. Determina l'equazione della parabola avente fuoco $F\left(\frac{3}{2}\ ;\ 0\right)$ e vertice $V\left(\frac{3}{2}\ ;\ 1\right)$.

   F e V allineati verticalmente $\implies$ parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$

   1^o *modo* con sistema $\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{3}{2} \\ -\dfrac{\Delta}{4a} = 1 \\ \dfrac{1-\Delta}{a} = 0 \end{cases} \implies a = -\dfrac{1}{4} \qquad b = \dfrac{3}{4} \qquad c = \dfrac{7}{16}$

   2^o *modo* considerando le ordinate di F e V l'equazione della direttrice è $y_d = 2$, e quindi applicando la definizione

   $\sqrt{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2} = |y-2|^2$ elevando al quadrato $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{7}{16}$

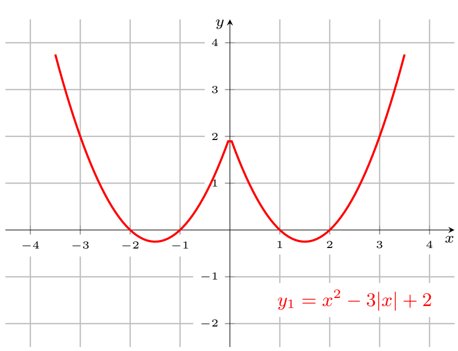
2. Dato il fascio di parabole $y = k(x^2 - 3x) + 2$, (a) determina le equazioni delle generatrici e le coordinate degli eventuali punti base, (b) calcola il valore $k^\star$ di k corrispondente alla parabola del fascio passante per il punto $(1\ ;\ 0)$, (c) determina l'equazione della retta t tangente alla parabola $y = k^\star(x^2 - 3x) + 2$ nel suo punto A di ascissa 3, (d) rappresenta le funzioni $y_1 = k^\star(x^2 - 3|x|) + 2$ e $y_2 = -|y_1|$.

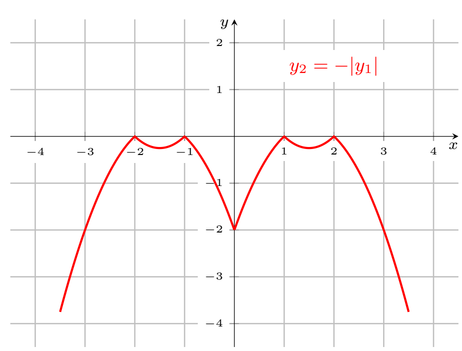
   (a) $y = k(x^2 - 3x) + 2 \implies y - 2 - k(x^2 - 3x) = 0 \implies y = 2 \quad x = 0 \quad x = 3 \implies$ punti base: $(0\ ;\ 2) \qquad (3\ ;\ 2)$

   (b) $0 = k^\star(1-3) + 2 \implies k^\star = 1 \implies y = x^2 - 3x + 2$

   (c) $A\,(3\ ;\ 2)$, con sdoppiamento $y = 3x - 7$

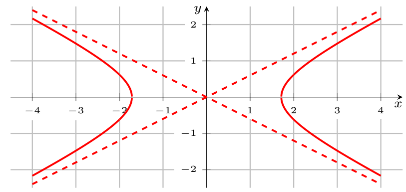
   (d)





3. (a) Determina e rappresenta l'equazione dell'iperbole che ha per asintoti le rette $y = \pm\frac{3}{5}\,x$ e per fuochi i punti $(\pm 2\ ;\ 0)$; (b) scrivi inoltre le coordinate dei suoi vertici reali e non reali.

(a)



$$\begin{cases} \dfrac{b^2}{a^2} = \dfrac{9}{25} \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \implies a^2 = \frac{50}{17} \qquad b^2 = \frac{18}{17} \implies \frac{17\,x^2}{50} - \frac{17\,y^2}{18} = 1$$

(b) $\left(\pm\sqrt{\dfrac{50}{17}}\ ;\ 0\right) \qquad \left(0\ ;\ \pm\sqrt{\dfrac{18}{17}}\right)$

4. Determina (a) l'equazione dell'iperbole equilatera riferita agli asintoti passante per il punto $P\,(-1\ ;\ 2)$ e (b) l'equazione della retta normale (perpendicolare) ad essa in P.

(a) $xy = k \implies -1 \cdot 2 = k \implies xy = -2$

(b) $t:\ \alpha y + \beta x - 2k = 0 \implies m_t = 2 \implies m_n = -\dfrac{1}{2} \qquad n:\ y - 2 = -\dfrac{1}{2}\,(x+1) \implies y = -\dfrac{1}{2}\,x + \dfrac{3}{2}$

5. (a) Determina a, b e c in modo che la funzione $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx-2}$ abbia per asintoti le rette $x = 1$ e $y = \dfrac{1}{2}$ e passi per il punto $P\left(2\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right)$, (b) rappresenta graficamente $g(x) = |f(x)|$ e $h(x) = |f(-x)|$

(a) $\dfrac{a}{c} = \dfrac{1}{2} \qquad -\dfrac{-2}{c} = 1 \qquad y(2) = -\dfrac{1}{2} \implies y = \dfrac{x-3}{2x-2}$

(b)